La probabilité demandée est : $1 - p_1 - p_0 = 1 - C_5^0\left(\frac{3}{4}\right)^5 - C_5^1\left(\frac{3}{4}\right)^4\frac{1}{4}$;

où p_1 et p_0 sont les probabilités des évènements « V_2 est réalisé une seule foi » et « V_2 est réalisé aucune foi ».

c. Déterminer *la* probabilité de réaliser V_2 au plus deux fois.

La probabilité demandée est

$$p_2 + p_1 + p_0 = C_5^0\left(\frac{3}{4}\right)^5 + C_5^1\left(\frac{3}{4}\right)^4\frac{1}{4} + C_5^2\left(\frac{3}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Exercice 3

1. Soit g la fonction définie sur [0, +∞[par : $g(x) = e^x - x - 1$.

Montrons que pour tout $x > 0$ on a : $g'(x) > 0$

g est dérivable sur IR comme somme de fonctions dérivables et l'on a : $g'(x) = e^x - 1$.

La fonction $x \longrightarrow e^x$ est strictement croissante sur IR^+

donc pour $x > 0$; $e^x - 1 > 0$.

Conclusion : Pour $x > 0$ on a $g'(x) > 0$

Sens de variation de g sur [0, +∞ [

Sur [0, +∞[nous avons $g'(x) > 0$ donc g est strictement croissante sur [0, +∞[.

b) Etudions le signe de g(x)

$g(0) = 1 - 0 - 1 = 0$

Sur [0, + ∞ [g est strictement croissante et $g(0) = 0$; nous en déduisons que $g(x)$ est positif ou nul pour tout $x \geq 0$

2. Soit h la fonction définie sur [0, + ∞[par : $h(x) = (2 - x)e^x - 1$.

Etudions les variations de h

h est dérivable, comme somme et produit de fonctions dérivables sur [0, + ∞[et l'on a : $h'(x) = (2 - x)e^x - e^x = (1 - x)e^x$.

e^x étant toujours positif donc $h'(x)$ a le signe de $(1 - x)$.

Etudions la limite de h en + ∞.

Qarray.tn - Adra Blech - Qarray.tn